

4. Grenzen der Berechenbarkeit

1.3.2023

Eine Frage, die sich mit der Entwicklung der Computer stellt ist:

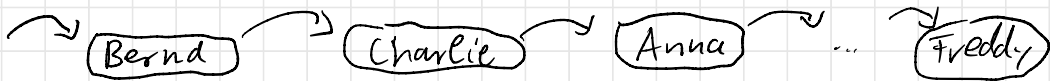
„Welche Aufgaben kann ein Computer übernehmen und welche nicht?“

Lösbare Aufgaben werden oft nach ihrer Komplexität (nach Rechendauer in Schritte) sortiert.

4.1 Laufzeitordnungen

4.1.1 Lineare Laufzeit

Bsp.: Suchen in einer Liste



⇒ Rekursive Suche springt von Element zu Element

⇒ Min: 1 Max: n (Sprung)

2 $2n$ (Sprung + Vergleich)

Laufzeitordnung: $O(n)$

4.1.2 Polynomielle Laufzeit

Bsp. Bubble Sort in einer Liste

Liste: 1 4 3 2

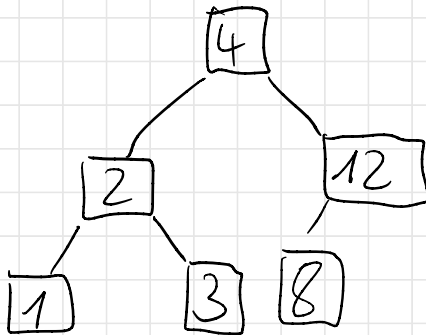
↑ ↗
Vergleich
→ Tauschen wenn falsch rum
⇒ nächste zwei

Vergleiche:

$$\begin{aligned} n + (n-1) + (n-2) + \dots + 1 &= \frac{n(n+1)}{2} \\ &= \frac{n^2 + n}{2} \stackrel{!}{=} O(n^2) \end{aligned}$$

4.1.3 Logarithmische Laufzeit

Bsp.: Suchen im BAUM



Vergleiche: Maximal 3 bei 7

⇒ Laufzeit $O(\log n)$

Tiefe n \leftarrow $2^n - 1$

4.1.4 Exponentielle Laufzeit

Bsp: Travelling Salesman

Berlin

Timbuktu

Amsterdam

München

Oslo

$$5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 5!$$

$$\Rightarrow O(x^n)$$

Weitere: $O(n \cdot \log n) < O(n^2)$

$$O(\log n) \leftarrow O(n)$$