2.3.3 Die Summenregel

Satz:
Die Summe zweier Funktionen $g(x)$ und $f(x)$ leitet man wie folgt ab:

$$k(x) = g(x) + f(x)$$
$$\Rightarrow k'(x) = g'(x) + f'(x)$$

Beweis:

$$Sei\ k(x) = g(x) + f(x)\ eine\ Funktion.$$
$$\Rightarrow k'(x) = \lim_{h\to 0}\frac{k(x+h)-k(x)}{h} = \lim_{h\to 0}\frac{\big(f(x+h)+g(x+h)\big)-\big(f(x)-g(x)\big)}{h} =$$
$$= \lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)+g(x+h)-g(x)}{h} =$$
$$= \lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h} + \lim_{h\to 0}\frac{g(x+h)-g(x)}{h} = f'(x) + g'(x)$$
$$q.e.d.$$

Beispiel:

$$k(x) = -7x^3 + 2x^7$$
$$\Rightarrow g(x) = -7x^3\ und\ f(x) = 2x^7$$
$$\Rightarrow k'(x) = -7\cdot 3x^2 + 2\cdot 7x^6 = -21x^2 + 14x^6$$

Aber was ist mit…:

$$k(x) = -2x^6 - 6x^3$$
$$\Rightarrow k(x) = -2x^6 + (-6)x^3$$
$$\Rightarrow g(x) = -2x^6\ und\ f(x) = -6x^3$$
$$\Rightarrow k'(x) = -2\cdot 6x^5 + (-6)\cdot 3x^2 = -12x^5 - 18x^2$$