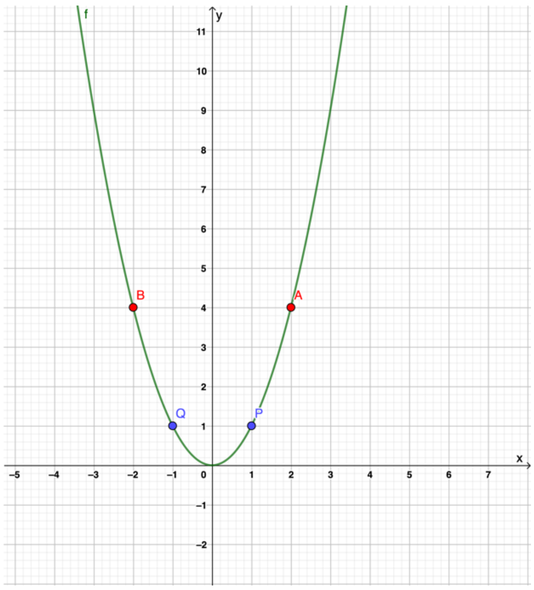
1.6 Symmetrie der Funktionsgraphen

Betrachtet man verschiedene symmetrische Funktionen, stellt man fest, dass zwischen Punkten und Spiegelpunkten einer symmetrischen Funktion ein fester Zusammenhang besteht:

Achsensymmetrische Funktion

$f(x) = x^2$



Wertetabelle:

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	9	4	1	0	1	4	9

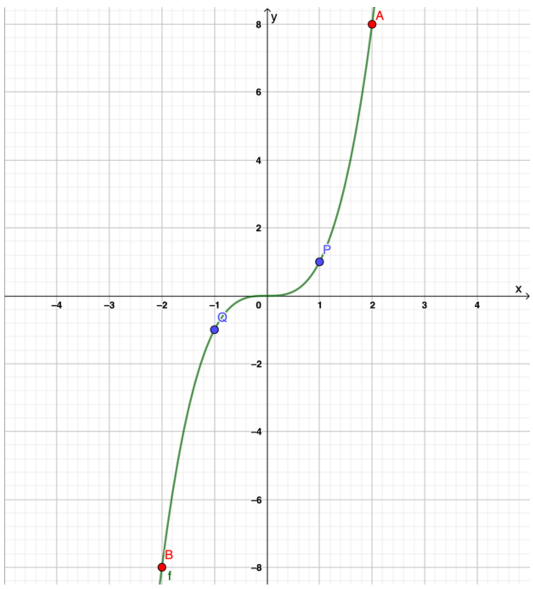
Es fällt auf, dass der Spiegelpunkt die gleiche y Koordinate hat, bei negativem x Wert (z.B. A(2|4) und B(-2|4).
Somit gilt allgemein:

P(x|y) ⇒ P'(-x|y)
Wenn man das in die Funktion einsetzt heißt das:

$$f(x) = y$$
$$f(-x) = y$$
$$\Rightarrow f(x) = f(-x)$$

Punktsymmetrische Funktion mit Zentrum N(0|0)

$f(x) = x^3$



Wertetabelle:

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-27	-8	-1	0	1	8	27

Es fällt auf, dass der Spiegelpunkt die in beiden Koordinaten das Vorzeichen wechselt (z.B. P(1|1) und Q(-1|-1).
Somit gilt allgemein:

P(x|y) ⇒ P'(-x|-y)
Wenn man das in die Funktion einsetzt heißt das:

$$f(x) = y$$
$$f(-x) = -y = -f(x)$$
$$\Rightarrow -f(x) = f(-x)$$
$$oder \Rightarrow -f(-x) = f(x)$$