Hefteintrag Polynome

5. Ganzrationale Funktionen

Wir haben uns bereits in den vergangenen Jahrgangsstufen mit den verschiedensten Funktionen beschäftigt. In Vorbereitung der Oberstufe, erweitern wir unser Wissen zu allen Funktionen, die aus einer Linearkombination von Potenzen mit x bestehen.

Am Ende des Kapitels können wir anhand des Funktionsterms Eigenschaften wie Nullstellen, Symmetrie und Verhalten im Unendlichen bestimmen.

5.1 Potenzfunktionen mit natürlichem Exponenten

Eine Potenzfunktion ist eine Funktion, in der x als Potenz vorkommt. Wir betrachten zuerst die Potenzfunktionen mit natürlichem Exponenten.

Die allgemeine Form ist: $f(x)=a\cdot x^n$ *mit* $a\in\mathbb{R}$ *und* $n\in\mathbb{N}$

Aufgabe:

1) Öffne eine Dynamische Geometriesoftware (z.B. Geogebra). Stelle Funktionen der Form $f(x)=a\cdot x^n$ *mit* $a\in\mathbb{R}$ *und* $n\in\mathbb{N}$ *dar. Beschränke dich auf die Grade n=1 bis n=5. Wähle a bei jeder Funktion unterschiedlich.*

2) Beschreibe, welche Gemeinsamkeiten und Unterschiede du zwischen den Funktionen findest.

Wenn man die Funktionen im Funktionsplotter untersucht stellt man fest:

- Potenzfunktionen mit ungeradem Grad, wie $f(x)=x^3$ oder $g(x)=x^5$
  - verlaufen diagonal also z.B. im 1. und 3. Quadranten (a>0). (Wenn man a<0 wählt im 2. und 4. Quadraten.)
  - sind punktsymmetrisch zum Ursprung
- Potenzfunktionen mit geradem Grad, wie $h(x)=x^2$ oder $k(x)=x^4$
  - sind ähnlich zur Parabel und je nach Vorzeichen von a nach oben oder unten geöffnet
  - sind achsensymmetrisch zur y-Achse (x = 0).
- Alle Potenzfunktionen haben die Definitionsmenge $D_{max}=\mathbb{R}$

Aufgabe:

1) Zeichne in einer Wertetabelle die Werte der Funktionen $f(x)=x^3$ *und* $h(x)=x^2$ *ein.*

2) Vergleiche jeweils die Funktionswerte für x = -3 und x = 3 anschließend x = -4 und x = 4 usw. Welcher Zusammenhang beschreibt allgemein die Symmetrie der jeweiligen Funktionen?

x	**-4**	**-3**	**-2**	**-1**	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**
f(x)	-64	-27	-8	-1	0	1	8	27	64
h(x)	16	9	4	1	0	1	4	9	16

Wir stellen fest:

- Wenn eine Funktion achsensymmetrisch zur y-Achse ist, gilt:

  $f(-x) = f(x) \quad z.B. f(x) = x^2 \Leftrightarrow f(-2) = (-2)^2 = 4 = 2^2 = f(2)$

- Wenn eine Funktion punktsymmetrisch zum Ursprung ist, gilt:

  $-f(x) = f(-x) \quad z.B. f(x) = x^3 \Leftrightarrow -f(3) = -(3)^3 = -27 = (-3)^3 = f(-3)$

Aufgaben zum Üben: (oder mathegym)

Empfohlen:

Buch S. 109/2/4   *Buch S. 110/8*

Weitere Aufgaben:

Buch S. 109/3/5/6
Buch S. 110/9/12/13