5.2 Rechnen mit Bruchtermen

In den gebrochen rationalen Funktionen haben wir zum ersten mal Terme kennengelernt, in denen eine Variable im Nenner steht. Wir frischen unsere Rechentechnik, was das Bruchrechnen angeht auf:

5.2.1 Addieren und Subtrahieren von Brüchen

Wir erinnern uns, dass beim Addieren von Brüchen der Nenner gleich sein muss. Wir erweitern den Nenner also auf den gemeinsamen Hauptnenner:

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{3} = \frac{1\cdot 3}{2\cdot 3}+\frac{1\cdot 2}{3\cdot 2} = \frac{3}{6}+\frac{2}{6} = \frac{3+2}{6} = \frac{5}{6}$$

(Erweitern bedeutet, dass wir den Bruch oben und unten mit dem gleichen Faktor multiplizieren, damit sich der Wert des Bruches nicht ändert.)

Dieses Prinzip gilt auch beim Subtrahieren:

$$\frac{1}{2}-\frac{1}{3} = \frac{1\cdot 3}{2\cdot 3}-\frac{1\cdot 2}{3\cdot 2} = \frac{3}{6}-\frac{2}{6} = \frac{3-2}{6} = \frac{1}{6}$$

Aus der 7.Klasse wissen wir, dass Variablen auch Zahlen sind, die wir nicht kennen. Also gilt das gleiche Prinzip: (Verwende beim Abschreiben verschiedene Farben für a,b,c,d)

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{d} = \frac{a\cdot d}{b\cdot d}+\frac{c\cdot b}{d\cdot b} = \frac{ad}{bd}+\frac{cb}{db} = \frac{ad}{bd}+\frac{bc}{bd} = \frac{ad+bc}{bd}$$

(Hinweis: Wir sortieren Variablen immer nach dem Alphabet z.B. ab und nicht ba!)

Analog die Subtraktion:

$$\frac{a}{b}-\frac{c}{d} = \frac{a\cdot d}{b\cdot d}-\frac{c\cdot b}{d\cdot b} = \frac{ad}{bd}-\frac{cb}{db} = \frac{ad}{bd}-\frac{bc}{bd} = \frac{ad-bc}{bd}$$

Merke: Beim Addieren und Subtrahieren von Bruchtermen muss man den Hauptnenner bilden.

5.2.2 Multiplizieren und Dividieren von Brüchen

Wir erinnern uns, dass beim Multiplizieren von Brüchen einfach Zähler mal Zähler und Nenner mal Nenner gerechnet wird:

$\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1\cdot 3}{2\cdot 4} = \frac{3}{8}$ analog mit Variablen: $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a\cdot c}{b\cdot d}=\frac{ac}{bd}$

Beim Dividieren müssen wir den Kehrbruch multiplizieren:

$\frac{1}{2} : \frac{3}{4} = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} = \frac{1\cdot 4}{2\cdot 3} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ analog: $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a\cdot c}{b\cdot d}=\frac{ac}{bd}$

Merke: Beim Multiplizieren gilt Zähler mal Zähler und Nenner mal Nenner. Beim Dividieren wird mit dem Kehrbruch multipliziert.

Beispiele: (Versuche zuerst selber zu rechnen und dann zu vergleichen)

Hinweis: Es rentiert sich **NIE** den Nenner auszumultiplizieren!

a) $\frac{6-x}{x+1} - \frac{5-x}{x} =$

b) $\frac{4x-16}{3(x+1)} \cdot \frac{x+1}{4} =$

c) $\frac{12}{5x+5} : \frac{4}{x+1} =$

Lösungen:

a)
$$\frac{6-x}{x+1} - \frac{5-x}{x} = \frac{(6-x)\cdot x}{(x+1)\cdot x} - \frac{(5-x)\cdot(x+1)}{x\cdot(x+1)} = \frac{(6-x)\cdot x - [(5-x)\cdot(x+1)]}{x\cdot(x+1)} =$$
$$= \frac{6x-x^2-[5x+5-x^2-x]}{x\cdot(x+1)} = \frac{6x-x^2-[4x+5-x^2]}{x\cdot(x+1)} = \frac{6x-x^2-4x-5+x^2}{x\cdot(x+1)} = \frac{2x-5}{x\cdot(x+1)}$$

b)
$$\frac{4x-16}{3(x+1)} \cdot \frac{x+1}{4} = \frac{(4x-16)\cdot(x+1)}{[3(x+1)]\cdot(4)} = \frac{(4x-16)\cdot(x+1)}{3(x+1)\cdot 4} =$$
$$= \frac{(4x-16)}{3\cdot 4} = \frac{4(x-4)}{3\cdot 4} = \frac{(x-4)}{3}$$

c)
$$\frac{12}{5x+5} : \frac{4}{x+1} = \frac{12}{5x+5} \cdot \frac{x+1}{4} = \frac{(12)\cdot(x+1)}{(5x+5)\cdot(4)} = \frac{3\cdot(x+1)}{(5x+5)} = \frac{3\cdot(x+1)}{5\cdot(x+1)} = \frac{3}{5}$$

Empfohlene Aufgaben:	Buch S.113/4/10 Buch S.114/14/16
Weitere Aufgaben:	Buch S.114/12/15/17/19 Buch S.114/21/22/23 Buch S.115/26/27/28/29 Buch S.116 (Knobelaufgaben)